



אלגוריתמים א' תשס"ד - בחינת סיכום מועד א'

11/02/04

- בבחינה 4 שאלות.
- משך הבחינה 3 וחצי שעות.
- יש לפתור את כל השאלות.
- בחינה בחומר סגור : מותר להכניס לבחינה 2 עמודים כתובים בגודל A4 בלבד.
- בטרם תיגשו לפתרון ודאו כי הטופס מכיל 9 עמודים וארבע שאלות.
- התשובות תכתבנה על גבי טופס הבחינה, במידת הצורך אפשר להוסיף דפים נוספים.
- מספר מחברת הבחינה שלך הוא: _____ .

בהצלחה!!!

	שאלה 1
	שאלה 2
	שאלה 3
	שאלה 4
	סך הכל

שאלה מס' 1 (35 נקודות):

נתון וקטור A שאיבריו הם מספרים שלמים. תהי $1 \leq i < j < k \leq n$ שלישית אינדקסים בווקטור A . שלישית

האינדקסים i, j, k מגדירה **תצורת גבעה** אם מתקיים: $A[i] < A[j]$ ו $A[j] > A[k]$.

בהינתן תצורת גבעה המוגדרת על ידי האינדקסים i, j, k , **הערכיות של תצורת הגבעה** המסומנת על ידי

$$P(i, j, k) = (A[j] - A[i]) + (A[j] - A[k]).$$

בשאלה זו, עליכם להציע אלגוריתם המקבל כקלט וקטור A עם n איברים ומחשב את האינדקסים

המגדירים את תצורת הגבעה בעלת הערכיות המכסימלית ואת ערכיות התצורה המוגדרת על ידי

האינדקסים האלה, $p(i_{\max}, j_{\max}, k_{\max})$, במקרה שלא קיימת תצורת גבעה, יש להחזיר ארבעה 0-ים.

לדוגמא: במערך 45, 7, 9, 3, 45, -3, -5, 15, 2, 10 (המערך נקרא משמאל לימין) הגבעה בעלת הערכיות המירבית היא

2, 15, -3 והערכיות שלה היא $15 - 2 + 15 - (-3) = 31$ הפלט המבוקש הוא: 2, 3, 5, 31.

שימו לב: שלישית המספרים -5, 45, 45 אינה מקיימת את הדרישה כי היא אינה תצורת גבעה.

התשובה תינתן בהתאם לסעיפים הבאים:

1.1 הציגו, אלגוריתם ישיר באופן מילולי או בעזרת קוד דמה.

1.2 נמקו את נכונות האלגוריתם הישיר.

1.3 מהי סיבוכיות האלגוריתם הישיר? נמקו תשובתכם.

1.4 הציגו אלגוריתם משופר, **יעיל ככל האפשר**, באופן מילולי או בעזרת קוד דמה.

1.5 נמקו את נכונות האלגוריתם המשופר.

1.6 מהי סיבוכיות האלגוריתם המשופר? נמקו תשובתכם.

1.7 הציגו חסמים לסיבוכיות הבעיה, נמקו תשובתכם.

שאלה מס' 2 (25 נקודות)

נתון קוד של אלגוריתם המקבל כקלט מצביע t אל שורש של עץ בינארי כאשר נתון כי העץ אינו ריק. כל צומת v של העץ הבינארי מכיל שלושה מרכיבים שהם: $v.info$ - ערך מספרי שיכול להיות שלילי או חיובי, $v.left$ - מצביע אל תת העץ השמאלי ו $v.right$ - מצביע אל תת העץ הימני:

```
maxp(t)
  if t.left ≠ null and t.right ≠ null
    return (t.info + max(maxp(t.left), maxp(t.right)))
  elseif t.left ≠ null
    return (t.info + maxp(t.left))
  elseif t.right ≠ null
    return (t.info + maxp(t.right))
  else return (t.info)
end
```

בהקשר זה עליכם לענות על השאלות הבאות:
2.1 תארו במדויק את הפלט של האלגוריתם.

2.2 הוכיחו במדויק את נכונות האלגוריתם בהתאם לפלט שציינתם בסעיף הקודם.

2.3 מהי סיבוכיות האלגוריתם כפונקציה של מספר הצמתים בעץ? נמקו תשובתכם.

שאלה מס' 3 (25 נקודות)

בהרצאה הגדרנו מחלקות משמרות יחס סדר והראנו כי אפשר לייצג כל מחלקה כזו על ידי תמורה מעל $1, 2, 3, \dots, n$. לדוגמה הקלט $\langle 12, -3, -2, 4, 7, 9 \rangle$ מיוצג על ידי התמורה $\langle 6, 5, 4, 3, 2, 1 \rangle$. נניח שהקלט של אלגוריתם מיון מקיים את האפיונים הבאים:

1. בקלט יש מספר איברים זוגי וכל איברי הקלט שונים זה מזה.

2. ההסתברות שהקלט הוא ממחלקת הקלטים המיוצגת על ידי התמורה $\langle n, n-1, n-2, \dots, 2, 1 \rangle$ היא $\frac{1}{4}$.

3. ההסתברות שהקלט הוא ממחלקת הקלטים המיוצגת על ידי התמורה $\langle 1, 3, 5, 7, \dots, n-1, 2, 4, 6, 8, \dots, n \rangle$ היא $\frac{1}{4}$.

4. ההסתברות שהקלט הוא ממחלקת הקלטים המיוצגת על ידי התמורה $\langle 2, 4, 6, 8, \dots, n, n-1, n-3, \dots, 5, 3, 1 \rangle$ היא $\frac{1}{4}$.

5. ההסתברות שבקלט יש לכל היותר 25 היפוכים היא $\frac{1}{4}$.

תזכורת: היפוך בוקטור A הוא זוג אינדקסים (i, j) המקימים $i < j$ ו $A[i] > A[j]$.

3.1 תארו אלגוריתם שהסיבוכיות הממוצעת שלו נמוכה ככל האפשר.

3.2 מהי סיבוכיות האלגוריתם שאתם מציעים? נמקו תשובתכם.

שאלה מס' 4 (25 נקודות):

להלן הקוד של השגרה *Quiz*. השגרה *Quiz* מקבלת כקלט מספר טבעי n ומשתמשת בתת שגרה נוספת, *linear*. השגרה *linear* מקבלת כקלט מספר טבעי k והסיבוכיות שלה לינארית במספר k .

```
Quiz(n)
for i ← 1 to n
  for j ← i to n
    k ← ⌈j/2⌉
    l ← linear(k)
  end for
end for
```

מהי סיבוכיות התכנית *Quiz* כפונקציה של n ? נמקו תשובתכם.

אם אין ביכולתכם למצוא ביטוי מדויק לסיבוכיות *Quiz*, יש להציג חסמים עליון ותחתון לסיבוכיות זו.